La fiabilité

Exercices

Loi de Weibull

Maintenance Industrielle 1981

La société qui vous emploie possède 30 engins de chantier. Vous avez constaté un coût important pour la maintenance de ce matériel. En effet, le convertisseur hydraulique qui équipe ces engins casse souvent. Voici le relevé du temps de bon fonctionnement de chacun de ces convertisseurs :

N° de machine	T	N° de machine	T	N° de machine	T
1	2142 h	11		21	
2		12		22	2246 h
3		13		23	
4		14	1304 h	24	
5	2200 h	15		25	2422 h
6		16		26	
7	2594 h	17	2249 h	27	
8		18		28	1547 h
9	1880 h	19		29	
10		20	1827 h	30	

T représente la durée de bon fonctionnement avant rupture.

Les machines, sans indication, ont déjà fonctionné plus de 2650 heures sans avarie.

1° Dépouiller cette statistique et placer ces résultats dans un tableau

n°	t	i	F(t) %

Les temps t sont classés par ordre croissant et « i » est le nombre de machines dont le temps de bon fonctionnement est inférieur ou égal à t.

2° En utilisant le papier de Weibull, déterminer les paramètres de la loi de Weibull susceptible de représenter la durée de vie de ce convertisseur.

Maintenance Industrielle1982

Un atelier est constitué de 30 postes de travail identiques.

Chaque poste est équipé d'une machine de type A et d'une machine de type B. Le travail effectué par une machine est totalement indépendant du travail effectué par l'autre.

Les probabilités de défaillance pour une journée de fonctionnement sont pour la machine A, $p_A = 0{,}1$ et pour la machine B, $p_B = 0{,}03$.

On a constaté un coût important pour la maintenance des machines A.

La direction de l'usine décide d'étudier la politique de maintenance à appliquer. On relève le nombre de jours de bon fonctionnement des 30 machines au cours d'une année, cela a permis de constater que la durée de bon fonctionnement des 30 machines au cours d'une année suit une loi de Weibull de paramètres $\gamma = 80$,

$\eta=110$ et $\beta=2{,}2$.
Soit T la variable aléatoire qui mesure le nombre de jours de bon fonctionnement avant la première panne : représenter graphiquement, sur le papier de Weibull, la fonction de répartition F de cette variable aléatoire, pour $t\in[100{,}250]$.
Déterminer la MTBF ainsi que la probabilité de survie jusqu'à cette date.
En utilisant la courbe représentative de F, déterminer graphiquement le nombre de jours au bout desquels 30% de ces machines ont eu leur première panne.

Maintenance Industrielle 1986

Pour étudier la fiabilité des machines d'un atelier, de même type, fonctionnant dans les mêmes conditions, on a relevé le nombre de jours de bon fonctionnement avant panne de 10 machines et on a obtenu les résultats suivants : 80 ; 110 ; 68 ; 86 ; 100 ; 61 ; 120 ; 94 ; 135 ; 74.

1° En utilisant du papier graphique de Weibull, justifier que la variable aléatoire qui mesure la durée de bon fonctionnement de ces machines, suit une loi de Weibull de paramètre $\gamma=50$ et déterminer les paramètres η et β , ainsi que la moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF).
2° Calculer le temps de bon fonctionnement pour une défaillance admise de 50%.
3° Sachant que le taux d'avarie est $\lambda(t)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$, reproduire et compléter le tab leau suivant :

t_i	60	80	100	120	130
$\lambda(t_i)$					

Tracer la courbe représentative de la fonction λ sur l'intervalle $[60;130]$.

Maintenance Industrielle 1988

Un hypermarché utilise 25 caisses enregistreuses de même modèle. On étudie la fiabilité de ces caisses dès leur mise en service. Après 1400 heures de service, le relevé des durées de bon fonctionnement est le suivant : caisse 1 : 710 h ; caisse 4 ; 940 h ; caisse 6 : 1050 h ; caisse 7 : 320 h ; caisse 11 : 600 h ; caisse 13 : 1350 h ; caisse 15 : 460 h ; caisse 19 : 820 h ; caisse 21 : 1230 h ; caisse 23 :1120 h.
Les autres caisses ont foncitonné correctement jusqu'à cette date, c'est à dire pendant ces 1400 heures de service.

1° Déterminer à l'aide du papier de Weibull les paramètres de la loi de Weibull ajustant cette distribution.
2° Calculer la durée moyenne des temps de bon fonctionnement (MTBF), ainsi que le temps de bon fonctionnement pour une défaillance admise de 50%
3° Déterminer par le calcul et graphiquement la probabilité qu'une machine fonctionne plus de 900 heures sans défaillance.

Maintenance Industrielle (Nouvelle Calédonie) 1992

Les parties A et B sont indépendantes.
La société qui vous emploie utilise des lampes de projecteurs toutes identiques. Une étude de la durée de vie de ce type de lampes pendant un an et demi vous a permis d'obtenir le tableau suivant, où t_i est le temps exprimé en années et $F(t_i)$ le pourcentage de lampes hors d'usage à l'instant t_i :

t_i	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5
$F(t_i)$	0,4	6	30	63	90	99

Vous voulez déterminer une périodicité d'entretien systématique basé sur une défaillance admise de 5%.

A) 1ère méthode : Utilisation du papier de Weibull.

1° Tracer le nuage de points $M_i(t_i, F(t_i))$ sur le papier de Weibull et en déduire les paramètres de cette loi ainsi que l'expression de $R(t)$.

2° Déterminer la MTBF, calculer l'écart type de la distribution ajustée.

3° Déterminer graphiquement la périodicité d'un entretien systématique basé sur une fiabilité de 0,95.

B) 2ème méthode : Méthode des moindres carrés.

Une calculatrice peut, par la méthode des moindres carrés, vous permettre de trouver les paramètres de la loi de Weibull ajustant cette distribution.

1° En utilisant l'expression de $R(t)$, donnée dans le formulaire, démontrer que :
$\ln(-\ln R(t)) = \beta \ln(t-\gamma) - \beta \ln \eta$.

2° Le coefficient de corrélation entre $x=\ln t$ et $y=\ln(-\ln R(t))$ montre que l'approximation par une relation affine par la méthode des moindres carrés est justifiée dans le cas étudié.
Soit $y=ax+b$ une équation de la droite d'ajustement de y par rapport à x . On prend comme approximation de a la valeur 4 et comme approximation de b la valeur 0.
En déduire les paramètres γ , β , η ainsi que l'expression de $R(t)$.

3° Déterminer par le calcul la périodicité d'un entretien systématique basé sur une fiabilité de 0,95.

Maintenance Industrielle 2000

Maintenance du système électronique des armoires de contrôle.

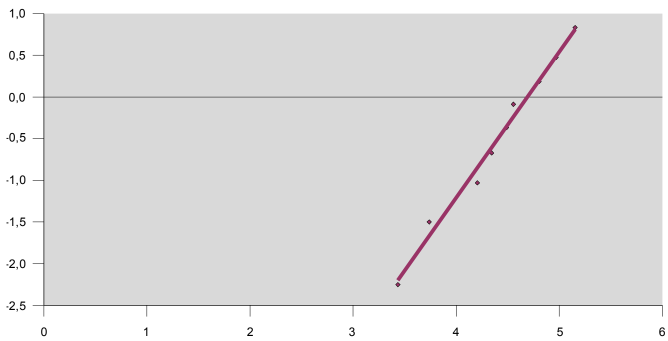
Le service de maintenance préconise, pour les armoires de contrôle, des tinerventions préventives (par changement de certains éléments électroniques). La période de ces interventions sera déterminée à partir d'un historique de pannes d'une armoire de contrôle choisie au hasard.

Les neuf premiers temps de bon fonctionnement (en jours) de cette armoire de contrôle sont les suivants (rangés en ordre croissant) : 31 ; 42 ; 67 ; 77 ; 89 ; 95 ; 122 ; 144 ; 173.

Soit T la variable aléatoire qui, à toute armoire de contrôle, associe son temps de bon fonctionnement. On cherche à ajuster la loi de T à une loi de Weibull.

A l'aide d'un tableur, on a obtenu le tableau et le graphique ci-dessous, où $F(t_i)$ et $R(t_i)$ correspondent respectivement à défaillance et à la fiabilité au temps t_i (selon la méthode des rangs moyens) :

t_i	F(t_i)	R(t_i)	x_i=ln(t_i)	y_i=ln[-lnR(t_i)
31	0,1	0,9	3,43398720	-2,25036733
42	0,2	0,8	3,73766962	-1,49993999
67	0,3	0,7	4,20469262	-1,03093043
77	0,4	0,6	4,34380542	-0,67172699
89	0,5	0,5	4,48863637	-0,36651292
95	0,6	0,4	4,55387689	-0,08742157
122	0,7	0,3	4,80402104	0,18562676
144	0,8	0,2	4,96981330	0,47588500
173	0,9	0,1	5,15329159	0,83403245



Sur le graphique ci-dessus figure la droite de régression D de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Son équation dans un repère othogonal est $y=1{,}7522\,x-8{,}2171$ et le carré de son coefficient de corrélation linéaire est $r^2=0{,}9882$.

On admet le résultat suivant qui n'a donc pas à être démontré ici :

$R(t)=e^{\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}$ équivaut à $y=\beta x-\beta\ln\eta$, où l'on a posé $x=\ln t$ et $y=\ln[-\ln R(t)]$.

1. Déduire des informations précédentes les résultats ci-dessous :
   a) Le nuage des points de coordonnées (x_i, y_i) est correctement ajusté par cette droite D ;
   b) On peut considérer que T suit une loi de Weibull de paramètre $\gamma=0$;
   c) On peut prendre, pour les deux autres paramètres, $\beta=1{,}75$ (arrondi au centième) et $\eta=109$ (arrondi à l'unité).
   (On pourra utiliser l'équivalence encadrée ci-dessus.)
2. Déterminer, par le calcul, la prériodicité d'intervention préventives basée sur une fiabilité de 80%.

Loi exponentielle

Maintenance Industrielle 1991

L'usine « Mécanix » est spécialisée dans la fabrication de pièces métalliques. Les durées de vie en jours de 9 pièces utilisées dans des conditions semblables ont donné le résultat suivant : 53 ; 112 ; 178 ; 255 ; 347 ; 458 ; 600 ; 805 ; 1151 jours.

Utilisation de la méthode des rangs moyens :

a) Compléter le tableau suivant

Durée de vie t	53	112	178	255	347	458	600	805	1151
Nbre total de défaillants n_i à l'instant t									
$F(t)=\frac{n_i}{10}$									
$R(t)$									

b) A l'aide du papier semi-logarithmique, vérifier que la durée de vie suit une loi exponentielle dont on déterminera le paramètre et donner l'expression de $R(t)$.

Montages en parallèle ou en série

Maintenance Industrielle 1980

Vous avez constaté que les machines d'un certain type sont souvent d'un emploi dangereux en raison de la défaillance d'un relais électrique ce qui rend inopérant le dispositif de sécurité.

Vous avez fait remplacé ces relais sur les douze machines de ce type afin d'étudier leur durée de bon fonctionnement.

Les résultats constatés sont regroupé dans le tableau ci-dessous :

Repère	Durée en heures	Repère	Durée en heures	Repère	Durée en heures
R_1	502	R_5	901	R_9	1253
R_2	901	R_6	151	R_{10}	420
R_3	1376	R_7	578	R_{11}	234
R_4	901	R_8	420	R_{12}	1047

1° Déterminer graphiquement les paramètres de la loi de Weibull ajustant cette distribution.

2° Calculer la MTBF ainsi que la probabilité de bon fonctionnement jusqu'à cette date.

Si vous faites remplacer le relais unique par trois relais identiques branchés en parallèle, quelle sera alors la fiabilité du dispositif jusqu'à la date de bon fonctionnement déterminée à la question précédente ?

Maintenance Industrielle 1990

Vous êtes technicien supérieur en maintenance dans votre entreprise et vous avez été chargé d'étudier particulièrement le cas de la pièce JB 007. Votre historique vous permet de connaître les durées de vie des pièces de ce type déjà utilisées. Elles sont consignées dans le tableau suivant :

n° d'ordre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Durée de vie (heures)	130	20	348	100	14	212	64	50	135	224	67

1° On note $R(t)$ la probabilité de survie du matériel à la date t. En utilisant la feuille de papier semi-logarithmique, justifier l'approche de $R(t)$ par une loi exponentielle. Déterminer graphiquement la MTBF de la pièce JB 007. Montrer que l'on peut prendre pour valeur approchée du paramètre λ de la loi exponentielle la valeur 0,007.

2° Déterminer par le calcul à quel instant t_0 la fiabilité de la JB007 est égale à 80%. Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ?

3° Vous envisagez de placer deux pièces JB007 « en parallèle », c'est à dire de telle sorte que le système fonctionne tant que l'une des deux pièces est en état de fonctionnement. Étant donné qu'à l'instant t_0, la fiabilité de la pièce JB007 est de 80%, déterminer, à cet instant, celle du système ainsi formé si l'on admet que les deux pièces fonctionnent de façon indépendante.

4° Quelle aurait été la fiabilité à l'instant t_0 si, au lieu de placer les pièces en parallèle, vous les aviez placé « en série », c'est à dire de telle sorte que le système soit défaillant dès que l'une des deux pièces casse ? (On admettra encore l'indépendance des deux pièces).

NB : les questions 3 et 4 sont indépendantes de ce qui précède.